

# Les modèles à court et long terme détectant les effets d'acquisition et rétention dans le domaine de biens de consommation utilisant les méthodes stochastiques et économétriques

## Modelling short and long term customer acquisition and retention effects in consumer goods sales using stochastic and econometric methods

Ce papier utilise des modèles stochastiques développés récemment pour détecter des effets d'acquisition et rétention difficilement observables à partir de données de panel dans le domaine de biens de consommation. Plusieurs modèles sont comparés par rapport à leur performance prédictive et à l'efficacité des calculs d'estimations. L'analyse longitudinale des mesures de rétention et acquisition des clients obtenue ainsi aide à distinguer les effets à court terme des effets persistants des actions marketing sur le Capital Client. Les applications couvrent plusieurs catégories de produits et leurs marques leader respectives en utilisant des données de panel scannérisé.

This paper uses recently developed stochastic methods in order to detect customer acquisition and retention effects that are not easily observed in product-centred sales data from consumer goods markets. Several models are compared as to their predictive performance and the computational efficiency of their calibration. The longitudinal analysis of the customer retention and acquisition measures obtained in this way helps distinguish between short term and long term persistent effects of marketing mix variables on customer value. Applications cover several product categories and their respective leading brands using scanner panel data.

*Mots clé : Customer Lifetime Value, acquisition client, rétention client, modèles stochastiques, modèles de persistance*

*Keywords: Customer Lifetime Value, customer acquisition, customer retention, stochastic models, persistence models*

---

LEM IAE - Université des Sciences et Technologies de Lille  
IAE - 104 Av. du Peuple Belge, 59043 Lille

> **Michel Calciu**  
Maître de conférence, HDR  
Tél. : 03 20 12 34 09  
e-mail : michel.calciu@univ-lille1.fr

> **Ioana Mihart**  
Doctorante en Marketing  
e-mail : irmihart@yahoo.com

## Introduction

La Customer Lifetime Value (CLV) est la valeur actualisée des revenus (cash flows) générés par les clients durant leur « vie » avec l'enseigne, c'est une mesure qui privilégie la performance à long terme au détriment d'une profitabilité immédiate. Elle doit sa popularité à la diffusion de l'approche relationnelle dans la gestion de la clientèle et à l'accessibilité des données sur le comportement d'achat. C'est grâce à elle qu'il est devenu possible aujourd'hui de relier les programmes et actions marketing aux performances financières et même à la valeur de l'enseigne et de ses actions (Gupta, Lehmann et Stuart 2004).

Blattberg & Deighton (1996) ont proposé le terme Customer Equity (CE) ou Capital Client pour désigner la CLV diminuée des coûts d'acquisition. Le même terme a aussi été utilisé pour désigner la valeur actualisée de la base de clientèle. Les premiers domaines qui ont bénéficié des avancées conceptuelles de l'approche Capital Client ont été ceux qui permettaient, de par leurs caractéristiques intrinsèques, une certaine personnalisation de la relation client. Les autres ont été freinés par des difficultés méthodologiques comme celle d'observer les taux de rétention dans des contextes où l'attrition est tacite ou encore, de mesurer l'impact des actions marketing sur le Capital Client, compte tenu du caractère dynamique des interactions (Yoo et Hanssens 2008).

Yoo et Hanssens (2008) proposent un modèle et une méthodologie pour mesurer l'impact des actions marketing tels que les prix promotionnels sur le Capital Client (CE) dans les industries des biens de consommation fréquente en utilisant des données de panel scannerisé. Notre recherche apporte quelques extensions et vérifications supplémentaires et discute quelques limites de cette démarche.

Notre adaptation de la démarche passe par l'estimation de plusieurs modèles stochastiques à partir d'un historique des achats hebdomadaires des clients. Un premier modèle, le modèle NBD (Ehrenberg 1959) est le modèle classique et basique qui représente le comportement d'achat des biens de consommation sur des données de panel. Pour calculer la probabilité d'être actif pour un client à partir de son historique d'achat, trois autres modèles: Pareto/NBD (Schmittlein, Morisson et Colombo 1987), BG/NBD (Fader, Hardie et Lee 2005b) et MBG/NBD (Batislam et al. 2007) sont estimés et comparés. Le calcul de la probabilité qu'un client soit actif permet de qualifier chaque transaction comme étant une vente d'acquisition ou de rétention et de calculer le Capital Client (CE). Finalement les modèles de persistance sont mobilisés pour l'analyse dynamique des impacts des programmes et actions marketing sur le Capital Client de l'enseigne et sur ses composantes.

## Introduction

CLV is the discounted (actualised) value of cash flows generated by customers during their «life time» with the company. It is a measure that favours long-term performance to the expense of immediate profitability. Its popularity is due to the Customer Relationship Management approach and to the availability of buying behaviour data. Based upon CLV it has become nowadays possible to link marketing programmes and actions to the value of the firm and of its shares (Gupta, Lehmann et Stuart 2004).

Blattberg & Deighton (1996) have coined the term Customer Equity (CE) as being the CLV from which acquisition costs have been deduced. The same term has also been used as the present value of the company's customer base. The first domains that could take advantage of the conceptual advances in the Customer Equity approach have been those for which it was easier to personalise customer relationships. The others were delayed by a certain number of methodological challenges such as observing retention rates in contexts where attrition intervenes tacitly or measuring the impact of marketing actions on Customer Equity in contexts characterized by dynamic interactions (Yoo and Hanssens 2008).

Yoo and Hanssens (2008) suggest a model and a method to measure the impact of marketing actions such as price promotions on Customer Equity (CE) in Frequent Purchased Consumption Goods (FPCG) Industries by using scanner panel data. Our research brings some extensions, additional verification and discusses some limits of this approach.

Our adaptation of the approach estimates several stochastic models using weekly customer purchase data. A first model, the NBD (Negative Binomial Distribution Model, Ehrenberg 1959) is the classical and fundamental representation of purchase behaviour in FPCG using panel data. In order to calculate the probability of a customer to be active using this weekly customer purchase history three other models, the Pareto/NBD (Schmittlein, Morisson and Colombo 1987), BG/NBD (Fader, Hardie and Lee 2005b) and MBG/NBD (Batislam et al. 2007) models, are estimated and compared. The probability of being active can be used to qualify each transaction as an acquisition or retention purchase and helps compute Customer Equity (CE). Finally, persistence models are used to dynamically analyse the impacts of marketing programs and actions on a brand's Customer Equity and on its components.

## Cadre conceptuel

### *Approches de modélisation pour la Lifetime Value*

#### *Les modèles probabilistes*

Les modèles probabilistes ou stochastiques considèrent les comportements observés comme l'effet d'un processus stochastique subjacent contrôlé par des caractéristiques latentes (inobservées) qui varient à travers les individus. Selon Gupta et al. (2006), ils s'efforcent à trouver une description simple qui résume et prédit le comportement observé au lieu d'essayer d'expliquer les différences dans le comportement observé comme fonction des covariables (comme le font les modèles de régression). On se contente de présumer que le comportement des consommateurs varie à travers la population en suivant des lois de probabilité.

Historiquement, c'est le modèle NBD (Negative Binomial Distribution - Ehrenberg 1959) qu'on utilise, à partir de données de panel, pour prévoir le nombre d'achats de biens de consommation dans un intervalle de temps donné tout en considérant l'hétérogénéité interindividuelle. Plus précisément : individuellement le nombre d'achats suit une distribution Poisson avec le temps, et l'hétérogénéité interindividuelle de la fréquence d'achat suit une distribution gamma. Ce modèle ne prend pas en compte « l'inactivité » ou bien la « mortalité » des clients. Le premier modèle capable d'estimer la probabilité qu'un client soit « en vie » est le modèle Pareto/NBD, développé par Schmittlein, Morrison et Colombo (1987) et étendu par Schmittlein and Peterson (1994). Il rajoute au modèle NBD une représentation stochastique de la survie des clients en postulant qu'au niveau individuel la probabilité de survie diminue exponentiellement avec le temps depuis la dernière commande et que l'hétérogénéité interindividuelle du taux de mortalité suit une distribution gamma. Ce modèle est particulièrement utile dans des relations client non-contractuelles ou l'entreprise ne peut pas savoir exactement quand un client devient inactif. Le modèle peut calculer la probabilité d'un client d'être actif ou « en vie » en se basant sur le nombre d'achats (ou la fréquence des achats) qu'il a effectué et sur le temps écoulé depuis son dernier achat (ou la récence). La complexité de la fonction de probabilité associée au modèle Pareto/NBD rend sa mise en œuvre difficile. D'ailleurs, les articles l'ayant appliqué sont peu nombreux (Reinartz et Kumar 2003 ; Castéran, Meyer et Benavent 2007).

Fader, Hardie et Lee (2005b) ont alors proposé une alternative: le modèle Beta-Geometric NBD. La différence majeure entre les deux modèles réside dans la modélisation de l'attrition. Si dans le modèle Pareto/NBD, le départ du client peut intervenir à n'importe quel moment et sa probabilité de survie diminue avec le temps passé depuis le dernier achat selon une distribution exponentielle, dans le BG/NBD le départ ne peut arriver qu'immé-

## Conceptual Framework

### *Customer Lifetime Value (CLV) modelling approaches*

#### *Stochastic CLV models and their use with frequently purchased consumer goods*

Probability or stochastic models consider observed behaviour as the result of an underlying stochastic process controlled by unobserved latent characteristics that vary across individuals. According to Gupta et al. (2006), they try to find a simple representation that describes and predicts observed behaviour instead of trying to explain differences between explained and observed behaviour as a function of covariables (as in regression models). They assume that a given behaviour varies across the population according to a probability law.

Historically, it is the NBD model (Negative Binomial Distribution - Ehrenberg 1959) that has been used on panel data in order to forecast the number of consumer goods purchased in a given time period while considering heterogeneity among individual customers. In this model the individual number of purchases follows a Poisson distribution with time, and the interindividually heterogeneous purchase frequency follows a gamma distribution. This model doesn't take into account the customers' "inactivity" or "mortality". The first model that was able to estimate the probability for a customer to be «alive», the Pareto/NBD model, was developed by Schmittlein, Morrison and Colombo (1987) and extended by Schmittlein and Peterson (1994). It added to the NBD model a stochastic representation of the customer survival by postulating that at an individual level the survival probability diminishes exponentially (follows an exponential probability law) with time since last purchase and that the inter-individual heterogeneous mortality rate follows a gamma distribution. This model is particularly useful in non-contractual customer relationships where the firm cannot know when exactly a customer becomes inactive. The model can compute the probability for a customer to be active or "alive" by relying on his number of purchases (or the purchase frequency) and on time since its last purchase (or recency). The probability function associated to the Pareto/NBD model is quite complex; it needs numerous evaluations of the gaussian hypergeometric function. Therefore its implementation is difficult not only because non-familiar to most marketing researchers, but also because it demands a lot of computational resources. There are rather few articles that have applied it (Reinartz and Kumar 2003; Castéran, Meyer and Benavent 2007).

Fader, Hardie and Lee (2005b) have therefore suggested an alternative model: the Beta-Geometric NBD. The main difference between these two models relies in the way attrition is modelled. While in the Pareto/NBD model, a customer can leave at any time and its survival proba-

diatement après une transaction, la probabilité d'attrition suit individuellement une distribution géométrique et l'hétérogénéité interindividuelle du taux d'attrition suit une distribution beta. Dans le modèle BG/NBD, les clients n'ayant pas effectué d'achat répété sont traités comme étant actifs. Afin de corriger cet aspect, Batislam et al. (2007) ont modifié le modèle BG/NBD en incluant un cas de figure particulier : l'attrition au moment zéro, c'est à dire, tout de suite après le premier achat effectué par le client. Dans leur modèle qui peut être appelé MBG/NBD (Modified BG/NBD) toutes les autres hypothèses restent inchangées.

**Développement d'un modèle de la LTV pour les biens de consommation courante**

Le Capital Client est mesuré généralement en additionnant toutes les LTV des clients existants et futurs. Dans l'univers des biens de consommation courante que l'on étudie, les clients ont tendance à changer souvent leur statut en oscillant entre prospect et client établi. Yoo et Hanssens (2008) proposent de décomposer la suite des valeurs futures qu'ils génèrent, d'un point de vue de la consommation, ainsi :

$$CE_t = \sum_{j=t}^{\infty} \frac{N_j^a \pi_j^a q_j^a}{(1 + \delta)^{j-t}} + \sum_{j=t}^{\infty} \frac{N_j^r \pi_j^r q_j^r}{(1 + \delta)^{j-t}}$$

où  $N^a$  désigne le nombre d'acheteurs dans la population prospectée et  $N^r$  celui d'acheteurs dans la clientèle établie. Dans ce cas, le premier terme exprime la valeur de l'acquisition, tandis que le deuxième, la valeur de la rétention.

Yoo et Hanssens (2008) font appel au modèle BG/NBD pour définir le client existant pour une enseigne donnée. Le client dont la probabilité d'être actif est supérieure à une certaine valeur seuil sera classifié en tant que client existant (Reinartz et Kumar 2000, 2003).

**Les Modèles de la Persistance**

Les modèles de persistance sont le résultat des avancées dans l'analyse de séries temporelles multivariées et plus particulièrement dans les vecteurs autorégressifs (VAR). Ils peuvent révéler les effets persistants (de long terme) d'une ou plusieurs variables marketing sur d'autres variables, en les traitant comme des composantes endogènes d'un système dynamique (Gupta et al. 2006; Villanueva et Hanssens 2007). Les modèles de persistance semblent bien adaptés pour des mesures qui visent le long terme comme la CLV, mais les applications dans ce contexte sont à leurs débuts.

Bien connue déjà dans des disciplines comme la finance, la modélisation de la persistance s'est imposée en tant que choix méthodologique pertinent, grâce à des

bility diminishes with time since last purchase following an exponential distribution, in the BG/NBD model, departure (attrition) can only occur immediately after a transaction. Attrition probability follows individually a geometric distribution and the inter-individually heterogeneous attrition rate follows a beta distribution. In the BG/NBD model, customers who have not made a repeat purchase are considered as being active. In order to correct this aspect, Batislam et al. (2007) have modified the BG/NBD model by including the special case of attrition at zero moment, that is attrition just after a first purchase. In their model that can be called MBG/NBD (Modified BG/NBD) all other assumptions remain unchanged.

**LTV modelling in a FPCG context**

In the context of frequently purchased consumer goods that we study, customers tend to change their status by oscillating often between prospect and customer. Yoo and Hanssens (2008) compute CE by summing up all the existing and future customers' lifetime values (CLVs) using :

$$CE_t = \sum_{j=t}^{\infty} \frac{N_j^a \pi_j^a q_j^a}{(1 + \delta)^{j-t}} + \sum_{j=t}^{\infty} \frac{N_j^r \pi_j^r q_j^r}{(1 + \delta)^{j-t}}$$

where  $N^a$  is the number of buyers in prospects or acquisition (re-acquisition) state and  $N^r$  the buyers in customer or retention state. The first term represents the acquisition value and second one the retention value.

Yoo and Hanssens (2008) use the probability of being active calculated from the BG/NBD model to indicate whether an individual has purchased while in "acquisition" or "retention" state. This probability acts as a threshold value that qualifies a person as a customer or a prospect (Reinartz and Kumar 2000, 2003).

**Persistence models**

Persistence models have resulted from advances in time series analysis in general and in vector autoregressive regression (VAR) in particular. They can reveal (long term) persistent effects of one or more marketing variables on other variables, by treating them as endogenous components of a dynamic system (Gupta et al. 2006; Villanueva and Hanssens 2007). Persistence models seem well adapted for measures considering the long-term as CLV, but applications in such contexts are in their infancy.

Already well known in other domains like finance, persistence modelling appears as a methodology of choice in marketing due to specific characteristics. First it allows distinguishing between short term and long-term promotional efficiency, using the differences between temporary and permanent changes (movements) identified in data. Second, its systemic approach allows for

atouts caractéristiques. D'abord, elle permet de distinguer entre l'efficacité promotionnelle à court et à long terme, en partant des différences entre les mouvements temporaires et permanents identifiés dans les données. Ensuite, son approche basée système permet d'agrèger les impacts sur les 3 axes principaux : la réponse client, la réaction concurrentielle et les propres règles de décision de l'enseigne initiatrice. (Dekimpe et al. 2005).

Plusieurs études marketing basées sur cette méthode économétrique montrent l'intérêt qu'ont suscité les effets à long terme des prix promotionnels sur les performances en termes de ventes, sur les résultats financiers et sur l'environnement concurrentiel. Mais comment est-ce que tous ces effets s'articulent pour influencer le modèle de développement du Capital Client ? Est-ce que l'évolution du Capital Client à long terme peut être liée aux actions marketing menées en présent ? Telles sont les questions que se sont posées à Yoo et Hanssens (2008) et auxquelles des réponses peuvent être apportées à l'aide de la modélisation de la persistance.

### Methodologie

En ce qui suit, nous allons conjuguer les deux approches présentées ci-dessus afin de mesurer l'impact des actions marketing sur les composantes du Capital Client dans un environnement non-contractuel, comme la vente des produits de consommation fréquente en grande surface. Nous allons tester et comparer plusieurs méthodes probabilistes qui nous permettront de départager la quantité achetée moyenne et le nombre d'acheteurs en mode acquisition et rétention. Nous mettrons en évidence les facteurs qui conditionnent l'applicabilité de cette approche dans notre contexte. Nous procéderons au calcul du Capital Client pour ensuite tester, à travers la modélisation de la persistance, les effets à court et long terme des actions promotionnelles sur les composantes du Capital Client.

Les données de panel scanné AC Nielsen sur les achats de biens de consommations des foyers de Sioux Falls, South Dakota durant 138 semaines entre 1985 et 1988 sont utilisées pour construire de séries temporelles hebdomadaires des ventes et des activités marketing pour trois catégories de produits : yaourts, ketchups et détergents<sup>1</sup>.

### Estimation des modèles probabilistes

Pour calculer la probabilité qu'un client soit actif nous utilisons alternativement plusieurs modèles probabilistes adaptés au contexte des relations client non-contractuelles. Comme l'usage dans ce but du modèle de BG/NBD a été critiqué (Zitzlsperger, Robbert and Roth 2007), nous utilisons aussi le très récent modèle

aggregating impacts on 3 main axes: customer response, competitive reaction and own decision rules of the initiating brand. (Dekimpe et al. 2005).

Several marketing studies based upon this econometric method have shown the importance of measuring long-term effects of price promotions on sales performance, financial results and on the competitive environment. How do these effects combine to influence the development of Customer Equity? Can long term Customer Equity evolution be linked to current marketing actions? Yoo and Hanssens (2008) try to find the answers to such questions by using Persistence modelling.

### Methodology

In the rest of this paper we will combine the two previously presented approaches in order to measure the impact of marketing actions on the components of Customer Equity in non-contractual contexts, like selling frequent purchase consumer goods in large retail outlets. We test and compare several stochastic models that are used to distinguish average purchased amount and the number of buyers in acquisition and retention mode. We reveal the factors affecting the applicability of this approach in this context. We use Customer Equity calculation in order to test, through Persistence modelling, the short and long term impact of promotional activities on its components.

AC Nielsen scanner panel data on the purchase of consumer goods by households in Sioux Falls, South Dakota during 138 weeks between 1985 and 1988 have been used to build time series of weekly sales and marketing activities for three product categories: yoghurts, ketchup and detergents<sup>1</sup>.

### Estimation of stochastic models

In order to compute the customer's probability of being active we alternatively use several stochastic models suited to the non-contractual relationship context. As the use of the BG/NBD to compute this probability has been criticised (Zitzlsperger, Robert and Roth 2007), we also use the very recent MBG/NBD model that corrects some of the evoked weaknesses and the reference model for this category, the Pareto/NBD. When there is no attrition in the observed dynamic purchase behaviours, the estimations of the mentioned stochastic models should converge towards the NBD model that represents an alternate dynamic purchase behaviour specific to panel data. The analysis shows that for product categories like detergents and ketchup, the coefficients of all tested models converge towards those of the NBD model and consequently stochastic modelling doesn't detect any attrition phenomenon. This is verified by the coefficient

<sup>1</sup> Les traitements préliminaires des données répliquent et vérifient les résultats obtenus par Yoo et Hanssens (2008) tout en introduisant une catégorie supplémentaire de produits

<sup>1</sup> Preliminary calculation on data replicate and verify results obtained by Yoo and Hanssens (2008) while introducing additional product categories

MBG/NBD qui corrige certaines des faiblesses évoquées et le modèle Pareto/NBD - la référence dans cette catégorie. En l'absence d'attrition dans les comportements dynamiques d'achat observés, les estimations des modèles probabilistes évoqués devraient converger vers celles du modèle NBD qui représente un comportement dynamique d'achat alternatif spécifique aux données de panel.

L'analyse montre que pour les catégories détergents et ketchup, les paramètres de tous les modèles convergent vers ceux du modèle NBD et qu'en conséquence la modélisation stochastique ne détecte pas de phénomènes d'attrition. Cet aspect est prouvé par le rapport des paramètres  $s/\beta$  pour le modèle Pareto/NBD et le rapport  $a/(a+b)$  pour les modèles BG/NBD et MBG/NBD qui sont tous proches de zéro. Cela nous amène à exclure ces deux catégories de produits des calculs ultérieurs car en absence d'attrition, tous les clients sont considérés actifs par défaut et le calcul de la probabilité d'être actif n'a pas de sens. Dans ces cas où NBD est le "vrai" mo-dèle, lors de l'estimation du modèle Pareto/NBD par maximum de vraisemblance, le paramètre  $\beta$  semble atteindre toute limite supérieure fixée d'avance<sup>2</sup>. Plus  $\beta$  est grand, moindre sera le rapport  $s/\beta$  et plus les paramètres  $\alpha$  et  $r$  se rapprochent de ceux "réels" du modèle NBD. Ceci n'est pas le cas pour la catégorie de produits yaourt où le calcul de la probabilité d'être actif est justifié car on peut constater une tendance à la baisse des ventes. La représentation graphique des achats répétés dans la catégorie ketchup comparés avec ceux de la catégorie yaourt illustre ce propos (Figure 1).

ratio  $s/\beta$  for the Pareto/NBD model and the ratio  $a/(a+b)$  for the BG/NBD and MBG/NBD models, which are all close to zero. This leads us to exclude these two categories of products from subsequent calculations, as when there is no proof of attrition all customers are considered active by default and computing the probability of being active doesn't make any sense. In this case where NBD is the "real model", while estimating the Pareto/NBD by maximum likelihood, parameter  $\beta$  tends to reach the upper limit fixed in advance<sup>2</sup>. The more  $\beta$  is big, the smaller the ratio  $s/\beta$  and the more the parameters  $\alpha$  and  $r$  get close to the ones of the NBD model. This is not the case for the yoghurt category where computing the probability of being active is justified as one can observe a falling trend in sales. The graphical representation of repeat purchases for the ketchup category compared to those of the yoghurts is illustrating this statement (Figure 1).

Figure 1: Real vs. Pareto/NBD, BG/NBD, MBG/NBD modelled repeat purchases for Heinz and Danone

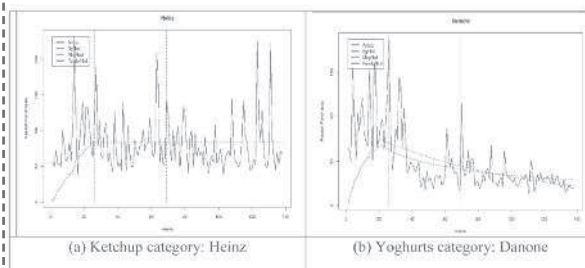
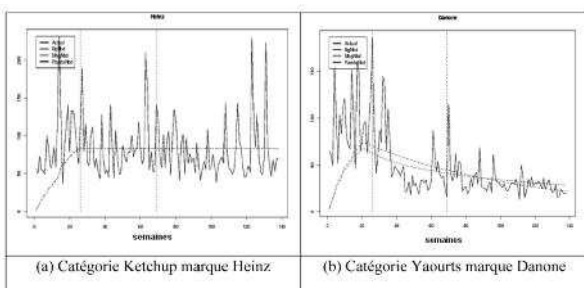


Figure 1 : Achats répétés réels et modélisés avec Pareto/NBD, BG/NBD, MBG/NBD pour Heinz et Danone



Compte tenu de ces résultats, nous retenons pour la suite des traitements seulement la catégorie des yaourts, dont voici ci-dessous les principales caractéristiques :

Tableau 1 : Statistiques descriptives pour la catégorie yaourts

	Nombre de panels	Nombre d'incursions d'achat	Ventes	Ventes avec Display	Ventes avec Feature AD	Prix moyen	Part de marché moyenne
Danone	797	8 037	105 116	632	12 958	5,35	15,61
Yoplait	879	13 434	123 099	3 580	12 132	6,19	18,29
CTL	625	7 529	109 178	12 592	28 498	2,43	16,22
Autres	1 299	30 201	335 793	34 112	100 622	3,57	49,88
Tous	1 435	59 201	673 186	50 916	154 210	4,14	100

Considering these results, we retain for subsequent treatments only the yoghurts category, for which the main characteristics are given below:

Table 1: Descriptive statistics for yoghurt category

	Number of Panels	Number of Shopping Trips	Sales	Sales with Display	Sales with Feature AD	Average Price	Average Market Share
Danone	797	8 037	105 116	632	12 958	5,35	15,61
Yoplait	879	13 434	123 099	3 580	12 132	6,19	18,29
CTL	625	7 529	109 178	12 592	28 498	2,43	16,22
Others	1 299	30 201	335 793	34 112	100 622	3,57	49,88
All	1 435	59 201	673 186	50 916	154 210	4,14	100

By taking the BG/NBD model as a benchmark, which allows verifying the concordance of our results with the ones of the replicated study, we use observations from the first 26 weeks of our time series as a calibration period for the model. The obtained coefficients by maximum likelihood for each brand from the category (Danone, Yoplait and the private brand CTL), are introduced in the formulation of the conditional probability specific to this model and allow computing for each customer the expected number of purchases during the predicted period.

The graph in Figure 1 illustrates the quality of the adjustment of the prediction obtained with the BG/NBD, MBG/NBD and Pareto/NBD models as compared to real

<sup>2</sup>  $\beta$  peut croître sans limites car c'est un paramètre d'échelle et on peut montrer que pour n'importe quel  $k>0$ ,  $kX$  est distribué  $\text{Gamma}(s, k\beta)$

<sup>2</sup>  $\beta$  can increase without limits as it is a scale parameter and one can show that for any  $k>0$ ,  $kX$  is distributed  $\text{Gamma}(s, k\beta)$

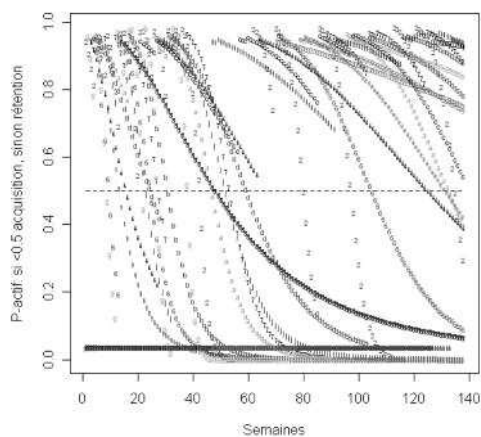
En prenant le modèle BG/NBD comme repère qui permet de vérifier la concordance de nos calculs avec l'étude répliquée, nous utilisons les observations des 26 premières semaines de nos séries temporelles comme période de calibrage du modèle. Les paramètres obtenus par la méthode du maximum de vraisemblance pour les ventes de chacune des enseignes de la catégorie (Danone, Yoplait et l'enseigne privée CTL), sont introduits dans l'expression de la probabilité conditionnelle spécifique de ce modèle et permettent le calcul pour chacun des clients du nombre probable d'achats effectués dans la période test.

Le graphique b) de la Figure 1 illustre la qualité de l'ajustement des prédictions obtenues avec le modèle BG/NBD, MBG/NBD et Pareto/NBD par rapport aux achats réels pour l'enseigne Danone.

### Choix du seuil de probabilité critique pour la probabilité d'être actif

Au niveau individuel, les probabilités de chaque client d'être actif pour une certaine enseigne à un moment donné, suivent des trajectoires telles que celles qui peuvent être observées sur la Figure 2 pour le cas de Danone.

Figure 2: Oscillation acquisition / rétention fonction de la probabilité du statut actif



Nous retrouvons des clients pour lesquelles le rythme décroissant de la probabilité d'être actifs est supérieur aux rythmes d'autres clients. Cela dépend du nombre d'achats effectués jusqu'au moment du calcul et du moment auquel remonte le dernier achat effectué. Les moments auxquels les courbes sont interrompues, correspondent à de nouveaux achats.

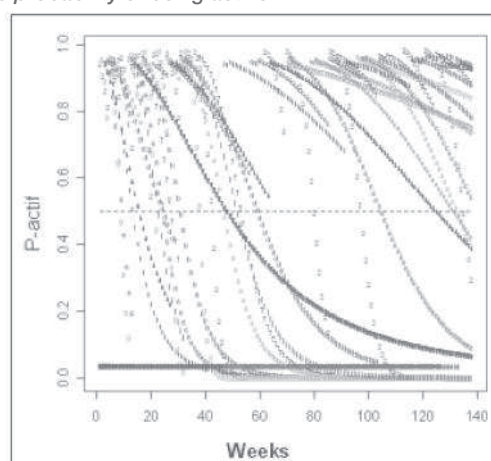
A partir de la probabilité résultante du modèle BG/NBD et propre à chaque client, d'être à un moment donné dans le portefeuille actif d'une enseigne, nous pouvons répartir les clients entre ceux évoluant en mode acquisition versus rétention, et avec eux, également, leurs quantités achetées. Cette répartition exige un niveau seuil

purchases for the brand Danone.

### Choosing the critical threshold for the probability of being active

At the individual level, the probabilities of each customer to be active for a given brand at a given time follow trajectories like the ones that can be observed in Figure 2 for the case of Danone.

Figure 2: Acquisition / retention balancing as a function of the probability of being active



For frequently purchasing customers the probability of being active diminishes at a higher rate while they don't buy than for others. This depends on the number of purchases up to the moment of the calculation and on the time since the last purchase. The moments when the curves get interrupted correspond to new purchases.

Using the resulting probability of being in the active portfolio of a brand, which is unique for each client, we can distinguish whether customers are in acquisition or retention state and qualify accordingly their purchased quantities. This distinction needs a threshold level for the probability of being active that helps tracing a frontier between acquisition and retention. Traditionally (Reinartz and Kumar 2000, 2003), this threshold is fixed at an intuitive level of 0.5. It is the option for which Yoo and Hanssens (2008) have equally opted. At the aggregated level of all customers of a brand, the way in which the purchased quantities in acquisition and retention modes evolve and the ratio between them are illustrated in Figure 3a for Danone.

But this threshold of 0.5, especially in the present case, of frequently purchased consumption goods, with reduced inter-purchase intervals, doesn't necessarily insure optimality of the number of correctly classified individuals. Indeed, we wanted to test this threshold against another one, obtained using the algorithm suggested by Wübben and Wangenheim (2008). The performance of the 0.5 threshold appeared quite deceiving,

pour la probabilité d'être actif qui nous aidera à tracer la frontière entre acquisition et rétention. Traditionnellement (Reinartz et Kumar 2000 et 2003), ce seuil a été fixé à un niveau intuitif de 0.5. C'est l'option pour laquelle ont également opté Yoo et Hanssens (2008). Au niveau agrégé du portefeuille de clients d'une enseigne, la façon dont les quantités achetées en modes acquisition et rétention évoluent et le rapport qui s'établit entre elles sont illustrés dans la Figure 3a pour Danone.

Mais ce seuil de 0.5, surtout dans le cas présent, des biens de consommation courante, avec des intervalles inter-achats réduits, n'assure pas forcément l'optimisation du nombre d'individus correctement classés. Effectivement, nous avons souhaité tester ce seuil contre les performances d'un autre seuil, obtenu par l'algorithme suggéré par Wübben et Wangenheim (2008). Ce seuil devrait remplir la condition de maximiser le nombre des clients actifs et inactifs correctement classifiés. Les performances du seuil de 0.5 se sont révélées bien décevantes, avec un pourcentage d'individus correctement classés situé au 75.35%, tandis qu'un seuil situé à 0.94 assurerait un pourcentage de 98.64%. Le niveau élevé de ce seuil optimal s'explique justement par les caractéristiques du marché étudié. Tel que l'on peut remarquer dans la Figure 3b, ce changement de seuil entraîne un changement dans le rapport qui s'établit entre les ventes en mode acquisition et rétention, plus précisément il conduit, au-delà de la période de calibrage, vers un niveau d'équilibre.

with a percentage of correctly classified individuals of 75.35% as compared to 98.64% insured by the 0.94 threshold. The high level of this optimal threshold is explained by characteristics of the studied market. As we can see from the Figure 3b, this change in the threshold level makes the ratio between acquisition and retention purchases more balanced.

Figure 3: Acquisition / retention purchased quantities at 0.50 vs 0.94 thresholds for Pactive (Danone)

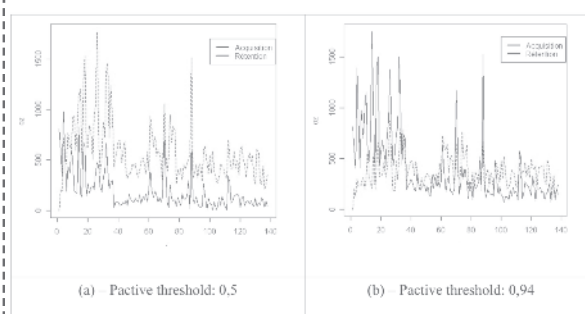
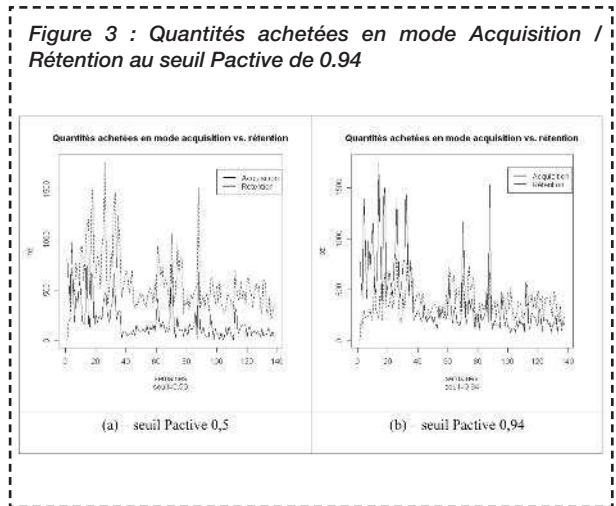


Figure 3 : Quantités achetées en mode Acquisition / Rétention au seuil Pactive de 0.94



**Modélisation de la persistance**

Processus multi-étapes, la modélisation de la persistance requiert préalablement la connaissance de la nature des variables que l'on veut introduire dans le modèle, plus précisément leur caractère stable ou évolutif. Cette caractéristique se révèle à travers les tests de racine unitaire dont les résultats dicteront la forme du modèle

**Persistence modelling**

As a multiple-stage process, the Persistence modelling requires prior knowledge of the nature of the variables that are to be introduced in the model, more precisely whether they are stable or evolving. This property is revealed by using unit root tests, which determine the kind of autoregressive vector model to be estimated. The model estimation is an intermediate stage. It is followed by the derivation of impulse functions that will help interpret the coefficients of the model and conclude about its short and long-term dynamics.

The concept of unit root embodies the distinction between stability and evolution. The Dickey and Fuller (1979) test, the most popular in marketing studies, shows whether temporary shocks can provoke a permanent deviation from the time series' fixed mean level. By using it, we could show that all variables derived from the BG/NBD modelling were stationary. Due to these results, we could build a Vector Autoregressive model without restrictions, which is generally called a VAR system in levels.

Structurally, our VAR system is built based on the six endogenous variables four of which have resulted from BG/NBD modelling (the average purchased quantities and the number of buyers in acquisition/retention mode). The other two are average weighted weekly price of the brand and of its competitors. As it has often been suggested in marketing studies dealing with performance of promotional activities in retailing, we also introduce two exogenous variables feature ad and instore display, in order to



vectoriel autorégressif qui sera estimé. L'estimation du modèle est une étape intermédiaire suivie par la dérivation des fonctions impulsionnelles qui nous aideront à interpréter les coefficients du modèle et à tirer des conclusions quant à sa dynamique à court et long terme.

Le concept de racine unitaire incarne la distinction entre stabilité et évolution. Le test de Dickey et Fuller (1979), le plus populaire dans les études marketing, permet de tester si les chocs temporaires peuvent provoquer une déviation permanente du niveau moyen fixe de la série temporelle. En l'utilisant, nous avons pu établir que toutes les variables dérivées de la modélisation BG/NBD sont stationnaires. Au vu de ces résultats, nous pourrions construire un modèle vectoriel autorégressif sans restrictions, c'est-à-dire, un système VAR en niveaux.

Structurellement, notre système VAR sera construit autour des six variables endogènes dont quatre issues de la modélisation BG/NBD (les quantités moyennes achetées et le nombre d'acheteurs en mode acquisition/rétention) et deux autres variables décrivant les prix moyens pondérés hebdomadaires propres et de la concurrence ; tel que cela a été souvent proposé dans les études marketing portant sur les performances des actions promotionnelles dans la grande distribution, nous introduirons également 2 variables exogènes *feature ad* et *instore display*, pour contrôler leur impact sur les performances réalisées par les différentes enseignes. Le choix de l'ordre de décalage a été réalisé en comparant plusieurs critères, dont celui de Schwarz, pour plusieurs ordres de décalage. La majorité de ces critères indique un ordre de décalage optimal égal à 1. La spécification du modèle correspond à l'équation ci-dessous et a un format de type log-log qui facilitera l'interprétation et la comparaison transversale des coefficients obtenus pour chacune des enseignes.

$$\begin{pmatrix} \text{aquant}_t \\ \text{rqquant}_t \\ \text{apurch}_t \\ \text{rpurch}_t \\ \text{oprice}_t \\ \text{cpprice}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & \pi_{14} & \pi_{15} & \pi_{16} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & \pi_{24} & \pi_{25} & \pi_{26} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} & \pi_{34} & \pi_{35} & \pi_{36} \\ \pi_{41} & \pi_{42} & \pi_{43} & \pi_{44} & \pi_{45} & \pi_{46} \\ \pi_{51} & \pi_{52} & \pi_{53} & \pi_{54} & \pi_{55} & \pi_{56} \\ \pi_{61} & \pi_{62} & \pi_{63} & \pi_{64} & \pi_{65} & \pi_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{aquant}_{t-1} \\ \text{rqquant}_{t-1} \\ \text{apurch}_{t-1} \\ \text{rpurch}_{t-1} \\ \text{oprice}_{t-1} \\ \text{cpprice}_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{11} & \psi_{12} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \text{feature}_t \\ \text{display}_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \\ \varepsilon_{4t} \\ \varepsilon_{5t} \\ \varepsilon_{6t} \end{pmatrix}$$

A partir des coefficients de la matrice  $\pi$ , nous pouvons désormais interpréter les effets décalés qui s'établissent entre les différentes variables endogènes. Quant aux relations simultanées, nous les obtenons en imposant des restrictions sur la matrice des covariances résiduelles. Traditionnellement les chercheurs ont utilisé l'ordre de Cholesky des variables (Dekimpe et Hanssens 1995) ou bien une approche dite des chocs simultanés (Pauwels et Srinivasan 2004). Néanmoins, Yoo et Hanssens (2008) font appel à la factorisation structurelle, puisqu'il n'existe pas d'ordre causal théoriquement prouvé parmi les variables endogènes et il ne serait pas raisonnable de permettre l'existence des effets simultanés

control their impact on the performance of the different brands. Comparing several criteria, among which the one of Schwarz, for several lag orders, helped us make the choice of the lag order. Most of these criteria indicate an optimal lag order that is equal to 1. The specification of the model corresponds to the equation below and to a log-log type format that will facilitate interpretation and transversal comparison of the coefficient obtained for each brand.

$$\begin{pmatrix} \text{aquant}_t \\ \text{rqquant}_t \\ \text{apurch}_t \\ \text{rpurch}_t \\ \text{oprice}_t \\ \text{cpprice}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & \pi_{14} & \pi_{15} & \pi_{16} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & \pi_{24} & \pi_{25} & \pi_{26} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} & \pi_{34} & \pi_{35} & \pi_{36} \\ \pi_{41} & \pi_{42} & \pi_{43} & \pi_{44} & \pi_{45} & \pi_{46} \\ \pi_{51} & \pi_{52} & \pi_{53} & \pi_{54} & \pi_{55} & \pi_{56} \\ \pi_{61} & \pi_{62} & \pi_{63} & \pi_{64} & \pi_{65} & \pi_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{aquant}_{t-1} \\ \text{rqquant}_{t-1} \\ \text{apurch}_{t-1} \\ \text{rpurch}_{t-1} \\ \text{oprice}_{t-1} \\ \text{cpprice}_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{11} & \psi_{12} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \text{feature}_t \\ \text{display}_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \\ \varepsilon_{4t} \\ \varepsilon_{5t} \\ \varepsilon_{6t} \end{pmatrix}$$

From the coefficients in matrix  $\pi$ , we can now interpret the lagged effects that appear between the various endogenous variables. Simultaneous relationships have been obtained by imposing restrictions upon the matrix of residual covariances. Traditionally researchers have used the Cholesky order of variables (Dekimpe and Hanssens 1995) or the so-called approach of simultaneous shocks (Pauwels and Srinivasan 2004). Nevertheless, Yoo and Hanssens (2008) use structural factorisation, as there is no theoretically proven causal order among the endogenous variables and it wouldn't be reasonable to allow for the existence of simultaneous effects between all endogenous variables. The number of restrictions must be sufficiently big in order to allow identification of orthogonal components of the error terms. Therefore a restrictions matrix is built. It defines all possible simultaneous relations between endogenous variables. In our case, the only possible simultaneous impact is the one off marketing variables (the brand's own and competitor prices) on response variables (acquisition / retention purchased quantities and number of buyers).

By multiplying the inversed restrictions matrix with the previously built VAR model, we obtain a structural VAR model. It is flexible enough to enable the exploration of influence relationships between the studied variables. But this flexibility is rather "costly" in terms of the number of parameter to be interpreted. The solution to this problem is given by impulse response functions (IRF) derived from these parameters. The IRFs trace through the time the incremental performance induced by a change that occurred in one of the endogenous variables at the beginning of the analysed period (Dekimpe and Hanssens 2004). Their main advantage consists of their capability to synthesise the information contained in the multitude of parameters and to be well suited for graphical representations that are easily interpretable.

The impulse response functions derived from our structural VAR model, whose structural coefficients can be seen in Table 2 a, enabled us to measure the short and long term elasticities of each endogenous variable to the

entre toutes les variables endogènes. Le nombre de restrictions doit être suffisamment important pour permettre l'identification des composantes orthogonales des termes d'erreur. Ainsi, une matrice des restrictions est construite, définissant toutes les relations simultanées possibles entre les variables endogènes. Concrètement, le seul impact simultané possible est celui des variables marketing (les propres prix et ceux de la concurrence) sur les variables réponse (les quantités d'achat et le nombre d'acheteurs en mode acquisition / rétention).

En multipliant l'inverse de la matrice des restrictions avec le modèle VAR préalablement construit, nous obtenons un modèle VAR structurel qui possède une spécification assez flexible pour permettre d'explorer les relations d'influence qui s'établissent entre les variables étudiées. Seulement, cette flexibilité « coûte cher » en termes de paramètres à interpréter. La solution à ce problème est apportée par les fonctions de réponse impulsionnelles (IRF) dérivées de ces paramètres. Les IRF tracent à travers le temps la performance incrementale induite par le changement intervenu dans une des variables endogènes au début de la période d'analyse (Dekimpe et Hanssens 2004). Leurs principaux atouts résident dans leur capacité de synthétiser l'information contenue par la multitude de paramètres et de se prêter très bien à des représentations graphiques facilement interprétables.

Les fonctions impulsionnelles dérivées à partir de notre système VAR structurel et dont les coefficients structurels se trouvent dans le Tableau 2 a), nous ont permis de mesurer l'élasticité de chacune des variables endogènes par rapport aux prix de l'enseigne initiatrice d'une action promotionnelle, à court et long terme.

price fixed by the brand that initiated a promotional action.

Table 2: Impact of an Unexpected Price Shock

	Volume Effects (Average Purchase Quantity)		Purchase Incidence Effects (Number of Purchasers)		Decision Inertia Effects (Future Price) Own Price	
	Acquisition	Retention	Acquisition	Retention		
	<b>DANONE - BG/NBD estimation</b>					
a)	Short-Term	-0.474987 *** (0.09492)	-0.923135 *** (0.09492)	0.014908 (0.09492)	0.126668 (0.09492)	1.000000 *** (0.00000)
	Long-Term	-0.474278 (1.14452)	-0.876952 (1.43071)	-0.036166 (2.33506)	0.353367 (1.66946)	0.982031 (0.92306)
	<b>YOPLAIT - BG/NBD estimation</b>					
	Short-Term	-0.447057 *** (0.09492)	-0.687138 *** (0.09492)	-1.083593 *** (0.09492)	-0.185617 * (0.09492)	1.000000 *** (0.00000)
	Long-Term	-0.321576 (1.50925)	-1.037742 (2.61250)	-0.417692 (5.94893)	-0.171063 (2.58673)	1.377405 (1.91831)
	<b>CTL - BG/NBD estimation</b>					
Short-Term	-0.766274 *** (0.09492)	-0.889917 *** (0.09492)	-0.472618 *** (0.09492)	-0.534860 *** (0.09492)	1.000000 *** (0.00000)	
Long-Term	-1.780506 (4.56025)	-1.462402 (3.61937)	-0.272264 (3.17529)	-1.233157 (3.17529)	1.769097 (1.60662)	
b)	<b>DANONE - MBG/NBD estimation</b>					
	Short-Term	-0.477244 ***	-0.922534 ***	0.013562	0.127494	1.000000 ***
	Long-Term	-0.478060	-0.877797	-0.041360	0.356170	0.981141
	<b>DANONE - Pareto/NBD estimation</b>					
	Short-Term	-0.803753 ***	-0.881264 ***	0.000047	0.282617	1.000000 ***
	Long-Term	-0.487311	-1.031473	0.250817	0.8972097	1.007039
c)	<b>DANONE - Pactive threshold=0.94</b>					
	Short-Term	-0.723913 ***	-0.883378 ***	0.096533	0.126570	1.000000 ***
Long-Term	-0.621838	-0.966826	0.142235	0.459311	0.980137	

Results

The impact of marketing activities on the components of Customer Equity

The short-term impact of promotional activities has been shown to be significantly negative for most brands of the yoghurt category, as well in terms of purchase volume as in terms of number of buyers in retention and acquisition state. There was only one exception: the purchase incidence for Danone receives a positive but non-significant influence.

Nevertheless, effects are not equal. For example, while using promotional prices has higher impact on retention of existing customers than on the acquisition of new ones for the private brand CTL, the situation is inverted in the case of Danone and YoPLait. This difference shows that on the short term, marketing actions for certain brands boost the offensive dimension (acquisition) while for the others it is rather the defensive dimension that is affected. For the private brand - CTL, promotional prices influence more the purchased quantities than the number of buyers. This means that the pushing factor of Customer Equity is the consumption rate. The long-term effects for purchased quantities and number of buyers are not necessarily concordant with the short term ones. For example, for CTL, the impact of the volume is stronger on the short term for retention and on the long term for acquisition.

As concerns decision inertia, all brands display significant positive price inertia, but their magnitude differs. While Danone regains its usual price after a promotional activity (cumulative effect: 0.98), the private brand - CTL

Tableau 2 : Impact d'un choc inattendu sur les prix

	Effets de volume (Quantité achetée moyenne)		Effets d'incidence d'achat (Nombre d'acheteurs)		Effets d'inertie décisionnelle (Prix futur) Propres prix	
	Acquisition	Rétention	Acquisition	Rétention		
	<b>DANONE - estimation BG/NBD</b>					
a)	Court terme	-0.474987 *** (0.09492)	-0.923135 *** (0.09492)	0.014908 (0.09492)	0.126668 (0.09492)	1.000000 *** (0.00000)
	Long terme	-0.474278 (1.14452)	-0.876952 (1.43071)	-0.036166 (2.33506)	0.353367 (1.66946)	0.982031 (0.92306)
	<b>YOPLAIT - estimation BG/NBD</b>					
	Court terme	-0.447057 *** (0.09492)	-0.687138 *** (0.09492)	-1.083593 *** (0.09492)	-0.185617 * (0.09492)	1.000000 *** (0.00000)
	Long terme	-0.321576 (1.50925)	-1.037742 (2.61250)	-0.417692 (5.94893)	-0.171063 (2.58673)	1.377405 (1.91831)
	<b>CTL - estimation BG/NBD</b>					
Court terme	-0.766274 *** (0.09492)	-0.889917 *** (0.09492)	-0.472618 *** (0.09492)	-0.534860 *** (0.09492)	1.000000 *** (0.00000)	
Long terme	-1.780506 (4.56025)	-1.462402 (3.61937)	-0.272264 (3.17529)	-1.233157 (3.17529)	1.769097 (1.60662)	
b)	<b>DANONE - estimation MBG/NBD</b>					
	Court terme	-0.477244 ***	-0.922534 ***	0.013562	0.127494	1.000000 ***
	Long terme	-0.478060	-0.877797	-0.041360	0.356170	0.981141
	<b>DANONE - estimation Pareto/NBD</b>					
	Court terme	-0.803753 ***	-0.881264 ***	0.000047	0.282617	1.000000 ***
	Long terme	-0.487311	-1.031473	0.250817	0.8972097	1.007039
c)	<b>DANONE - seuil Pactive=0.94</b>					
	Court terme	-0.723913 ***	-0.883378 ***	0.096533	0.126570	1.000000 ***
Long terme	-0.621838	-0.966826	0.142235	0.459311	0.980137	

\* p<0.1, \*\* p<0.01, \*\*\* p<0.001. Erreurs standard entre parenthèses  
L'acheteur structurelle. Les effets à court terme concernent les réponses à l'impulsion dans la même semaine, tandis que les effets à long terme désignent les réponses cumulées au bout de 13 semaines.

**Resultats**

***L'impact des actions marketing sur les composantes du Capital Client***

L'impact à court terme d'une action promotionnelle à été prouvé comme étant négatif et cela de manière significative pour la plupart des enseignes de la catégorie yaourts, tant en termes de volume d'achat qu'en ce qui concerne le nombre d'acheteurs, aussi bien en mode rétention qu'acquisition. La seule exception: l'incidence d'achat pour Danone, subit une influence positive mais non-significative.

Néanmoins, les effets sont inégaux. Par exemple, si la pratique des prix promotionnels à un impact supérieur sur la rétention des clients existants par rapport à l'acquisition de nouveaux clients pour l'enseigne privée CTL, la situation est inversée dans le cas de Yoplait. Cette différence montre qu'à court terme, les actions marketing de certaines enseignes ont des résultats plutôt offensifs (sur l'acquisition) tandis que celles des autres, plutôt défensifs (sur la rétention). Pour l'enseigne privée - CTL, les prix promotionnels impactent plus fortement la quantité achetée que le nombre d'acheteurs. Cela signifie que le facteur moteur du Capital Client de cette enseigne est le taux de consommation. Les effets sur la quantité achetée et le nombre d'acheteurs à long terme ne sont pas forcément cohérents avec ceux enregistrés à court terme. Par exemple, pour CTL, l'effet de volume est plus prononcé à court terme en mode rétention, tandis qu'à long terme, en mode acquisition.

Pour ce qui est de l'inertie de décision, toutes les enseignes manifestent des inerties des prix significatives et positives, mais des magnitudes différentes. Ainsi, si Danone retrouve facilement son prix habituel après une action promotionnelle (effet cumulé: 0.98), l'enseigne privée - CTL maintient à hauteur de 77% (vs 90% dans Yoo et Hanssens 2008) le niveau du prix promotionnel (effet cumulé: 1.77). Yoo et Hanssens (2008) attirent l'attention sur le fait que plus l'inertie décisionnelle d'une enseigne est importante, plus son Capital Client sera influencé d'une façon négative (d'après la démonstration de Nijs, Srinivasan et Pauwels (2007)).

Pour conclure, afin de pouvoir dégager l'impact net d'une action promotionnelle sur le Capital Client, nous devons combiner l'effet négatif de l'inertie décisionnelle, avec les effets positifs sur le volume et l'incidence d'achat.

***L'impact net des prix promotionnels sur le Capital Client***

Nous choisissons comme benchmark pour les effets d'un choque exercé sur les prix propres et ceux de la concurrence, le niveau moyen des variables exogènes. Le

maintiens to 77% (vs. 90% in Yoo and Hanssens 2008) the level of the promotional price (cumulative effect: 1.77). Yoo and Hanssens (2008) insist on the fact that the more decisional inertia of a brand is important, the more its Customer Equity will be negatively influenced (as had been demonstrated by Nijs, Srinivasan and Pauwels 2007).

To conclude, in order to quantify the net impact of a promotional action on Customer Equity, we need to combine the negative effect of decisional inertia, with the positive effects of purchase volume and incidence.

***The net impact of promotion prices on Customer Equity***

We choose a mean level of the exogenous variables as a benchmark for the impact of a shock exerted on the brand's own and competitor prices. This induced shock will be set equal to the standard deviation of the price variable, in order to keep those effects comparable among brands. Also, in absence of available information, we take into account the following presumption when calculating Customer Equity: a margin of 60% and a weekly discount rate of 0.002 (these presumptions are similar to the ones considered in other marketing studies of the kind). We fix the other marketing spendings to zero. The short and long-term impact on the endogenous variables of a shock that equals the standard deviation of prices used by the brand having initiated the price promotion are directly given by the impulse functions. Results are summarised in Table 3 a).

**Table 3: Consequences of an Unexpected Price Shock on the Endogenous Variables, in the Short- and Long-Term**

	Purchase Quantity in Acquisition Mode		Purchase Quantity in Retention Mode		Number of Purchases in Acquisition Mode		Number of Purchases in Retention Mode		Own price		Competitive Price		
	Value	%	Value	%	Value	%	Value	%	Value	%	Value	%	
	<b>DANONE - BG/NBD estimation</b>												
Initial condition	17.576	-	14.814	-	12.355	-	36.759	-	0.956	-	0.040	-	
Short-Term	12.262	-8.10%	16.571	11.86%	12.507	-0.19%	36.161	-1.63%	0.949	-0.049	-12.84%	0.040	0%
Long-Term	12.281	-6.08%	16.083	11.26%	12.419	0.72%	35.091	-4.54%	0.949	-12.61%	0.041	-2.33%	
	<b>YOPLAIT - BG/NBD estimation</b>												
Initial condition	7.757	-	9.220	-	18.082	-	70.857	-	0.967	-	0.027	-	
Short-Term	8.124	4.73%	9.490	7.26%	20.152	11.46%	72.247	1.96%	0.968	-10.57%	0.027	0%	
Long-Term	8.021	-1.40%	10.231	10.93%	19.829	4.42%	72.139	0.81%	0.957	-14.50%	0.029	-2.83%	
	<b>CTL - BG/NBD estimation</b>												
Initial condition	12.845	-	15.585	-	12.598	-	41.545	-	0.973	-	0.046	-	
Short-Term	14.717	14.37%	18.219	17.05%	13.719	9.86%	45.802	10.25%	0.928	-10.10%	0.046	0%	
Long-Term	17.238	34.17%	19.976	26.03%	13.255	3.22%	51.361	23.63%	0.917	-33.90%	0.048	-4.68%	
	<b>DANONE - MBG/NBD estimation</b>												
Initial condition	11.578	-	14.819	-	12.375	-	36.714	-	0.956	-	0.040	-	
Short-Term	13.288	6.13%	16.375	11.85%	12.750	-0.20%	36.113	-1.64%	0.949	-12.84%	0.040	0%	
Long-Term	12.289	-6.14%	16.090	11.27%	12.441	0.53%	35.035	-4.77%	0.949	-12.60%	0.041	-2.38%	
	<b>DANONE - Pareto/SBB estimation</b>												
Initial condition	11.458	-	14.810	-	12.598	-	37.400	-	0.956	-	0.040	-	
Short-Term	12.614	10.28%	16.490	11.27%	12.656	0.09%	36.125	-3.62%	0.948	-12.75%	0.040	0.00%	
Long-Term	12.151	-6.23%	16.383	13.19%	12.219	-3.20%	33.179	-11.88%	0.948	-12.88%	0.041	-2.32%	
	<b>DANONE - Pareto threshold = 0.94</b>												
Initial condition	12.229	-	15.543	-	24.511	-	24.571	-	0.956	-	0.040	-	
Short-Term	13.366	9.30%	17.306	11.34%	24.216	-1.23%	24.172	-1.63%	0.949	-12.84%	0.040	0%	
Long-Term	13.205	-7.98%	17.473	12.41%	24.071	-1.82%	23.122	-5.90%	0.949	-12.53%	0.041	-2.86%	

These results are then used to compute the customers' long term (13 weeks) net present value and to compare it to the Customer Equity that could have been obtained without any price shock (Table 4 a)). The difference between the two values will be the net impact of such price promotion and will contain

choque induit sera égal à un écart type de la variable prix, pour assurer la comparabilité des effets à travers les enseignes. Egalement, faute d'informations disponibles, nous prenons dans le calcul du Capital Client les hypothèses suivantes : une marge de 60% et un facteur d'actualisation hebdomadaire de 0.002 (hypothèses similaires à celles utilisées dans d'autres études marketing). Nous fixons le niveau des autres dépenses marketing à zéro. Les conséquences d'un choc égal à l'écart type des prix pratiqués par l'enseigne initiatrice de l'action promotionnelle sur les variables endogènes, à court et long terme, sont obtenues directement à l'aide des fonctions impulsives. Les résultats sont résumés dans le Tableau 3 a).

Tableau 3 : Conséquences d'un choc inattendu sur les variables endogènes, à court et long terme

	Quantité achetée en mode Acquisition		Quantité achetée en mode Retention		Nombre d'acheteurs en mode Acquisition		Nombre d'acheteurs en mode Retention		Prix des prix		Prix de la concurrence	
	Valeur	%	Valeur	%	Valeur	%	Valeur	%	Valeur	%	Valeur	%
<b>DANONE - estimation BG/NBD</b>												
Situation initiale	11.576	-	14.814	-	12.330	-	36.759	-	0.056	-	0.040	-
Court terme	12.282	6.10%	16.571	11.86%	12.307	-0.19%	36.161	-1.63%	0.049	-12.84%	0.040	0%
Long terme	15.283	6.69%	16.483	11.26%	17.419	0.72%	35.091	-4.54%	0.040	-15.61%	0.041	9.33%
<b>YOPLAIT - estimation BG/NBD</b>												
Situation initiale	7.757	-	9.329	-	18.060	-	70.857	-	0.067	-	0.037	-
Court terme	8.124	4.73%	9.880	7.25%	20.132	11.46%	72.247	1.96%	0.060	-10.37%	0.037	0%
Long terme	8.021	3.40%	10.231	10.97%	18.879	4.42%	72.139	1.81%	0.057	-14.55%	0.039	2.83%
<b>CTL - estimation BG/NBD</b>												
Situation initiale	12.845	-	15.565	-	12.598	-	41.545	-	0.025	-	0.046	-
Court terme	14.717	14.57%	18.719	17.05%	13.759	9.06%	45.803	10.25%	0.020	-19.16%	0.046	0%
Long terme	17.228	34.12%	19.926	28.02%	15.254	5.33%	51.361	23.61%	0.017	-33.90%	0.048	4.60%
<b>DANONE - estimation MBG/NBD</b>												
Situation initiale	11.578	-	14.819	-	12.375	-	36.714	-	0.056	-	0.040	-
Court terme	12.288	6.12%	16.572	11.85%	12.359	-0.27%	36.117	-1.63%	0.049	-12.84%	0.040	0%
Long terme	12.289	6.34%	16.490	11.27%	12.441	0.52%	35.035	-4.57%	0.049	-12.66%	0.041	2.30%
<b>DANONE - estimation Pareto/NBD</b>												
Situation initiale	11.438	-	14.810	-	13.656	-	37.400	-	0.056	-	0.040	-
Court terme	12.614	10.28%	16.480	11.27%	13.656	0.00%	36.125	-3.62%	0.048	-12.79%	0.040	0.00%
Long terme	12.151	6.23%	16.763	13.16%	13.219	-3.20%	33.178	-11.48%	0.048	-12.88%	0.041	2.52%
<b>DANONE - seuil Factive = 0.94</b>												
Situation initiale	12.229	-	15.243	-	24.518	-	24.571	-	0.056	-	0.040	-
Court terme	13.366	9.26%	17.306	13.24%	24.216	-1.22%	24.172	-1.83%	0.049	-12.84%	0.040	0%
Long terme	13.205	7.98%	17.473	12.41%	24.071	-1.82%	23.122	-5.90%	0.049	-12.33%	0.041	2.96%

Ces résultats nous permettront de dégager la valeur actualisée du Capital Client à long terme (13 semaines) et de la comparer avec celle qui aurait été obtenue en l'absence du choc sur les prix (Tableau 4 a)). L'écart entre les deux valeurs sera l'impact net de l'action promotionnelle et comprendra les effets combinés en termes d'incidence d'achat, de volume et d'inertie décisionnelle.

Tableau 4 : Conséquences d'un choc inattendu sur le Capital Client et ses composantes

	Situation initiale		%		Suites d'une promotion d'un écart de prix		%		Changement en %	
	Valeur	%	Valeur	%	Valeur	%	Valeur	%	Valeur	%
<b>a)</b>										
<b>DANONE - estimation BG/NBD</b>										
Le Capital Client (13 semaines plus tard)	22.37	100.00%	20.79	100.00%	-7.07%					
Parmi les prospects (Acquisition)	4.65	20.77%	4.34	20.87%	-6.62%					
Parmi les anciens clients (Retention)	17.72	79.23%	16.45	79.13%	-7.18%					
<b>YOPLAIT - estimation BG/NBD</b>										
Le Capital Client (13 semaines plus tard)	10.88	100.00%	9.58	100.00%	-12.33%					
Parmi les prospects (Acquisition)	5.46	17.67%	5.04	17.02%	-7.75%					
Parmi les anciens clients (Retention)	25.42	82.33%	24.54	82.98%	-3.47%					
<b>CTL - estimation BG/NBD</b>										
Le Capital Client (13 semaines plus tard)	11.97	100.00%	12.25	100.00%	2.35%					
Parmi les prospects (Acquisition)	2.40	20.02%	2.23	18.24%	-6.72%					
Parmi les anciens clients (Retention)	9.57	79.98%	10.02	81.76%	4.62%					
<b>b)</b>										
<b>DANONE - estimation MBG/NBD</b>										
Le Capital Client (13 semaines plus tard)	22.37	100.00%	20.78	100.00%	-7.10%					
Parmi les prospects (Acquisition)	4.66	20.83%	4.35	20.93%	-6.74%					
Parmi les anciens clients (Retention)	17.71	79.17%	16.43	79.07%	-7.20%					
<b>DANONE - estimation Pareto/NBD</b>										
Le Capital Client (13 semaines plus tard)	22.91	100.00%	20.11	100.00%	-12.20%					
Parmi les prospects (Acquisition)	5.03	21.96%	4.51	22.43%	-10.42%					
Parmi les anciens clients (Retention)	17.88	78.04%	15.60	77.57%	-12.71%					
<b>c)</b>										
<b>DANONE - seuil Factive = 0.94</b>										
Le Capital Client (13 semaines plus tard)	22.19	100.00%	20.60	100.00%	-7.17%					
Parmi les prospects (Acquisition)	9.76	43.98%	9.07	44.03%	-7.06%					
Parmi les anciens clients (Retention)	12.43	56.02%	11.53	55.97%	-7.26%					

combined effects of purchase (incidence and volume) and decision inertia.

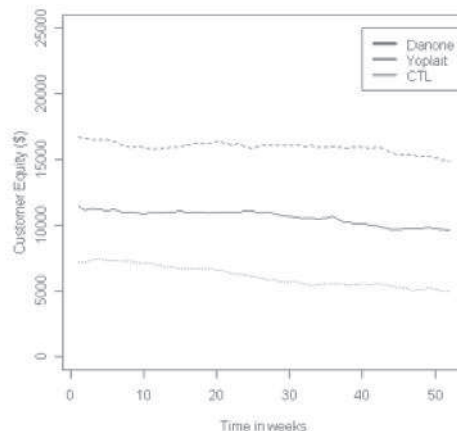
Table 4: Consequences of an Unexpected Price Shock on Customer Equity and Its Components

	Initial Condition		%		One Standard Deviation Price Promotion		%		% Change	
	Valeur	%	Valeur	%	Valeur	%	Valeur	%	Valeur	%
<b>a)</b>										
<b>DANONE - BG/NBD estimation</b>										
Customer Equity (13 weeks later)	22.37	100.00%	20.79	100.00%	-7.07%					
Among Prospects (Acquisition)	4.65	20.77%	4.34	20.87%	-6.62%					
Among Own Customers (Retention)	17.72	79.23%	16.45	79.13%	-7.18%					
<b>YOPLAIT - BG/NBD estimation</b>										
Customer Equity (13 weeks later)	10.88	100.00%	9.58	100.00%	-12.33%					
Among Prospects (Acquisition)	5.46	17.67%	5.04	17.02%	-7.75%					
Among Own Customers (Retention)	25.42	82.33%	24.54	82.98%	-3.47%					
<b>CTL - BG/NBD estimation</b>										
Customer Equity (13 weeks later)	11.97	100.00%	12.25	100.00%	2.35%					
Among Prospects (Acquisition)	2.40	20.02%	2.23	18.24%	-6.72%					
Among Own Customers (Retention)	9.57	79.98%	10.02	81.76%	4.62%					
<b>b)</b>										
<b>DANONE - MBG/NBD estimation</b>										
Customer Equity (13 weeks later)	22.37	100.00%	20.78	100.00%	-7.10%					
Among Prospects (Acquisition)	4.66	20.83%	4.35	20.93%	-6.74%					
Among Own Customers (Retention)	17.71	79.17%	16.43	79.07%	-7.20%					
<b>DANONE - Pareto/NBD estimation</b>										
Customer Equity (13 weeks later)	22.91	100.00%	20.11	100.00%	-12.20%					
Among Prospects (Acquisition)	5.03	21.96%	4.51	22.43%	-10.42%					
Among Own Customers (Retention)	17.88	78.04%	15.60	77.57%	-12.71%					
<b>c)</b>										
<b>DANONE - Factive threshold = 0.94</b>										
Customer Equity (13 weeks later)	22.19	100.00%	20.60	100.00%	-7.17%					
Among Prospects (Acquisition)	9.76	43.98%	9.07	44.03%	-7.06%					
Among Own Customers (Retention)	12.43	56.02%	11.53	55.97%	-7.26%					

Globally, the most interesting observation resulting from this analysis, is that on the long term, price promotions don't always benefit the Customer Equity of a brand. They contribute on the contrary to its erosion, despite rather satisfactory results in terms of additional sales generated (+6,34% for Danone, +12,09% for Yoplait and + 54,84% for CTL). It is once again CTL that distinguishes itself by benefiting from the impact of price promotions on both Customer Equity and sales.

In order to complete the analysis of the impact of price promotions on Customer Equity, it would be necessary to study the trajectory of this measure when no such events occur. In order to do this, we compute its weekly value based on moving averages of purchased quantities, number of buyers and contribution margin (the same for all brands) in replacement for missing real information.

Figure 4: Customer Equity evolution

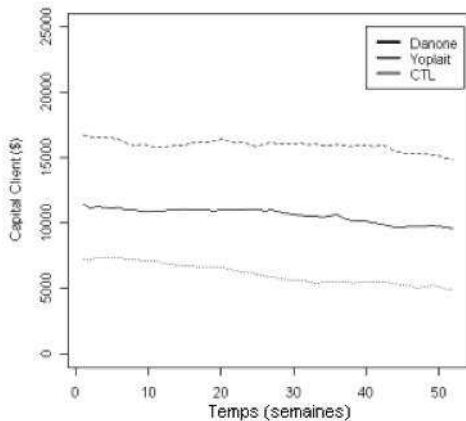


The unit root test applied to the time series describing the evolution of the Customer Equity of the three brands on the yoghurts market reveals the existence of a signifi-

Globalement, l'observation la plus intéressante qui se dégage de ces traitements est que, à long terme, l'impact des actions promotionnelles basées sur l'instrument des prix n'est pas toujours bénéfique pour le Capital Client de l'enseigne. Elles contribuent, au contraire, à l'érosion de celui-ci, malgré des résultats plutôt satisfaisants en termes de ventes supplémentaires générées (+6,34% pour Danone, +12,09% pour Yoplait et + 54,84% pour CTL). C'est toujours CTL qui se distingue cette fois par un impact positif de l'action promotionnelle tant sur le Capital Client que sur les ventes.

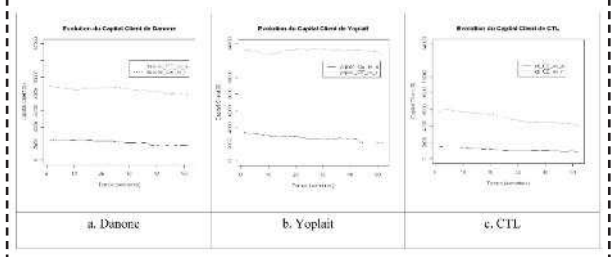
Pour compléter la signification de l'impact sur le Capital Client d'une action promotionnelle s'appuyant sur une réduction des prix, il serait nécessaire d'étudier la trajectoire que celui-ci parcourrait en absence de tels événements. Afin de réaliser cela, nous calculons sa valeur hebdomadaire sur la base des moyennes mobiles des quantités achetées, du nombre d'acheteurs et de la marge de contribution (la même pour toutes les enseignes) en l'absence de l'information réelle.

Figure 4 : Evolution du Capital Client



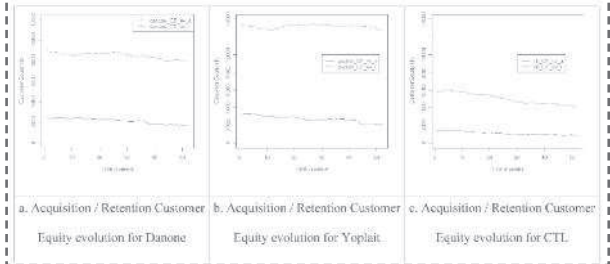
Le test des racines unitaires appliqué aux séries temporelles qui décrivent l'évolution du Capital Client pour les trois enseignes du marché des yaourts révèle l'existence d'un trend significatif pour chacune d'entre elles. La trajectoire évolutive est néanmoins descendante. Cette évolution est le résultat de l'agrégation des valeurs du Capital Client en mode acquisition et rétention, qui ne pèsent pas en égale mesure à travers les marques.

Figure 5 : Evolution des composantes du Capital Client au niveau de marques



cant trend for each of them. This evolving trajectory is nevertheless descending. It is the consequence of aggregating acquisition and retention Customer Equity values which weight differently across the brands.

Figure 5: Brand level evolution of Customer Equity components



Discussion

Modelling the probability of being active through MBG/NBD and Pareto/NBD compared to BG/NBD

While the introduction of the new BG/NBD model by Fader, Hardie and Lee (2005b) simplified parameter estimation and made the Pareto/NBD approach more popular, it has also implied the alteration of its hypothesis. We wanted to measure the impact of this change on the structure of the built VAR model. On the other hand, the BG/NBD has been criticised for being biased by the fact that it omits to take into account the important number of buyers not having yet made a repeat buy. It is the MBG/NBD model suggested by Batislam et al. (2007) that tried to overcome this problem and, in its case too, we wanted to measure the improvements that this modified model brings upon.

Thus, as Tables 2 b) and 3 b) show, the results obtained by VAR modelling on the endogenous variables derived from the Pareto/NBD model compared to the ones from the BG/NBD model, display higher short term elasticity of purchase quantities in acquisition mode to price promotions. On the long term, the cumulative effect is close to the one obtained on the variables resulting from BG/NBD modelling. As concerns retention purchase quantities, a smaller effect can be observed when using Pareto/NBD model estimation. Additionally, the cumulative elasticity of purchase quantities in retention mode is higher than the one obtained for the short term. This is a reversed result as compared to the one obtained by the estimation based upon the same variables from BG/NBD modelling. The impact on purchase incidence in acquisition mode remains non-significant but the long-term trend is reversed: the elasticity is negative for the BG/NBD case and positive for the Pareto/NBD. The most important effects are observed for the number of retention buyers, whose elasticity doubles when using Pareto/NBD settings.

## Discussion

### *Modélisation de la probabilité d'être actif à travers MBG/NBD et Pareto/NBD: analyse comparative avec BG/NBD*

Si la proposition du nouveau modèle BG/NBD par Fader, Hardie et Lee (2005b) a apporté la simplification de l'estimation des paramètres, nécessaire pour rendre l'approche Pareto/NBD plus populaire, cela a également impliqué l'altération de ses hypothèses. Nous avons souhaité mesurer l'impact de ce changement sur la structure du modèle VAR construit. D'autre part, il a été reproché à BG/NBD d'être biaisé par la non prise en compte du nombre significatif d'acheteurs n'ayant jamais effectué d'achat répété. C'est le modèle MBG/NBD proposé par Batislam et al. (2007) qui tente de surmonter cet inconvénient et là aussi, en ce qui suit, nous allons mesurer le degré d'amélioration que cela apporte à nos estimations.

Ainsi, tel que les Tableaux 2 b) et 3 b) l'indiquent, rapportée aux résultats enregistrés sous les hypothèses BG/NBD, la modélisation VAR des variables endogènes obtenues à travers Pareto/NBD révèle qu'une action promotionnelle sur les prix génère un plus d'élasticité dans la réaction de la quantité achetée moyenne en mode acquisition à court terme. A long terme, l'effet cumulé s'établit à un niveau équivalent à celui obtenu avec les variables issues de la modélisation BG/NBD. En termes de quantités achetées en mode rétention, on constate à court terme un effet de moindre envergure dans le cas de l'estimation basée sur Pareto/NBD. De plus, l'élasticité cumulée de la quantité achetée en mode rétention est supérieure à celle enregistrée à court terme, tendance donc inversée par rapport à l'estimation basée sur les variables BG/NBD. L'effet sur l'incidence d'achat en mode acquisition reste non-significatif mais la tendance à long terme est inversée : l'élasticité négative dans le cas de BG/NBD, devient positive sous Pareto/NBD. Les effets les plus marqués sont enregistrés en termes de nombre d'acheteurs en mode rétention. Concrètement, l'élasticité de cette variable est doublée sous les hypothèses de Pareto/NBD.

Toutes ces différences nous mettent en garde quant aux dangers de la simplification de la modélisation du comportement des acheteurs. Et cela d'autant plus que, pour la majorité des variables étudiées nous avons pu constater, lors de la construction d'un modèle VAR basé sur l'estimation BG/NBD, une diminution de leur sensibilité à un choc induit à travers une opération promotionnelle, ce qui dénote la plus faible capacité de ce modèle de reproduire le comportement réel des acheteurs.

Même si cela ne met pas pour autant en question le plus de précision amenée par le modèle MBG/NBD, on peut remarquer à partir des Tableaux 2 b) et 3 b) que les écarts par rapport à l'estimation BG/NBD ne sont pas significatifs.

Les écarts enregistrés au niveau des élasticités des variables endogènes sous l'approche Pareto/NBD se

All these differences highlight the dangers of using simplified dynamic customer behaviour modelling. Further more, for the majority of the studied variables a reduction in their sensitivity to a promotion-induced shock has been observed when the VAR model was built upon BG/NBD estimation. This indicates a reduced ability of this model to embody the real buying behaviour.

Although there is no doubt about the additional precision brought over by the MBG/NBD model, one can see from Tables 2 b) and 3 b) that in our case there is no significant difference when compared with the BG/NBD estimation.

The differences in the elasticities of the endogenous variables obtained by the simplified model as compared to the Pareto/NBD approach are further affecting estimation of price promotions effects on Customer Equity (Table 4b)). Their impact measured based upon the Pareto/NBD model is again higher (12.20% as compared to 7.07% for BG/NBD).

The measure of the impact on Customer Equity obtained by replacing the BG/NBD model by its more precise and unbiased version the MBG/NBD, is not significantly improved.

### *Consequences of choosing a different threshold for the probability of being active*

By applying an optimisation procedure, we obtained a threshold value of 0.94 for the customer's probability of being active. This threshold level produced 99% correctly classified customers which is significantly better than the 75% obtained when using the arbitrary value of 0.5. This leads us to investigate the consequences of choosing this threshold on the calculation of Customer Equity. Thus, in Danone's case, we highlight the differences in response elasticity of exogenous variables to an unexpected impulse on prices (Table 2c and 3c) and show how these differences affect Customer Equity (Table 4 c). While the impact on Customer Equity per se is not so important, this approach restores the balance between acquisition and retention Customer Equity.

### *Competitive reactions to promotional attacks*

Steenkamp et al. (2005) suggest a methodology that is able to measure competitors' reactions to promotional attacks. It involves a two-by-two analysis of brands of a same category, which links the reactive behaviour of each to its effectiveness (own and cross). VAR models designed to capture these interactions take into account endogenous variables such as advertising, pricing and sales and exogenous variables: the sales under feature ad or instore display conditions. In our model, as we lack information on advertising expenditures, we will limit the endogenous variables to prices and sales but we will keep the distinction between acquisition and retention sales.

reflètent plus loin dans l'estimation de l'impact de l'opération promotionnelle sur le Capital Client (Tableau 4 b)). Ainsi, la baisse que celui-ci enregistre suite à la promotion est encore plus accentuée dans le cas de Pareto/NBD (12.20% contre 7.07% sous BG/NBD).

Pour ce qui est de l'amélioration des résultats BG/NBD par le biais de la condition supplémentaire imposée à travers MBG/NBD, l'impact sur le niveau calculé du Capital Client n'est que très faible.

**Conséquences du choix d'un autre seuil pour la probabilité d'être actif**

En appliquant une procédure d'optimisation, nous avons obtenu pour notre catégorie de produits qu'un seuil pour la probabilité qu'un client soit actif à un moment donné, situé au niveau de 0.94 assurerait presque 99% de clients correctement classés, par rapport au 75% assurés par la valeur arbitraire de 0.5. Cet écart non-négligeable nous a incités à aller plus loin dans notre démarche à investiguer les conséquences du choix du seuil optimal sur le calcul du Capital Client. Ainsi, pour Danone, nous allons mettre en évidence les différences en termes d'élasticité de la réponse des variables exogènes à un impulse inattendu sur les prix (Tableaux 2 c) et 3 c)), et sur la façon dont ces différences se répercutent sur le niveau calculé du Capital Client (Tableau 4 c)).

Si l'impact sur le Capital Client n'est pas dramatique, cette approche rétablit un équilibre au sein de ses facteurs formateurs, respectivement le Capital Client en mode acquisition / rétention.

**Réactions concurrentielles aux attaques promotionnelles**

Steenkamp, Nijs, Hanssens et Dekimpe (2005) proposent une méthodologie pour mesurer la réaction des concurrents aux attaques promotionnelles. Il s'agit d'une analyse 2 par 2 des enseignes d'une catégorie afin de relier le comportement de réaction de chacune à son efficacité (propre et croisée). Les modèles VAR conçus afin de surprendre ces interactions prennent en compte des variables endogènes: les dépenses publicitaires, les prix pratiqués, les ventes réalisées et des variables exogènes: les ventes réalisées en mode feature ad or instore display. Dans notre modèle, n'ayant pas accès aux informations concernant les dépenses publicitaires, nous limiterons les variables endogènes aux prix pratiqués et aux ventes mais en gardant la distinction entre les ventes réalisées en mode acquisition vs. rétention. L'inconvénient est que les réactions concurrentielles ne pourront être observées que sur le terrain des prix promotionnels. Néanmoins, dans leur étude, Steenkamp et al. (2005) ont montré que dans leurs réactions concurrentielles, les enseignes utilisent généralement la même arme que celle de l'attaquant. Ainsi, pour chaque combinaison enseigne attaquante/ enseigne attaquée,

The drawback is that we will not be able to observe other competitive reactions than those implying price promotions. However, in their study, Steenkamp et al. (2005) showed that in their competitive reactions, brands typically use the same weapons as the attacker. Thus, for each attacking/attacked brand couple, we build a VAR system characterized by Equation bellow. The optimal lag order of our VAR was set to 1 as indicated by the application of Schwartz criteria.

$$\begin{pmatrix} price_{i,t} \\ asales_{i,t} \\ rsales_{i,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & \pi_{14} & \pi_{15} & \pi_{16} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & \pi_{24} & \pi_{25} & \pi_{26} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} & \pi_{34} & \pi_{35} & \pi_{36} \\ \pi_{41} & \pi_{42} & \pi_{43} & \pi_{44} & \pi_{45} & \pi_{46} \\ \pi_{51} & \pi_{52} & \pi_{53} & \pi_{54} & \pi_{55} & \pi_{56} \\ \pi_{61} & \pi_{62} & \pi_{63} & \pi_{64} & \pi_{65} & \pi_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} price_{i,t-1} \\ asales_{i,t-1} \\ rsales_{i,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{21} & \psi_{22} \\ \psi_{31} & \psi_{32} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} feature_{i,t} \\ display_{i,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \\ \epsilon_{3t} \end{pmatrix}$$

Once again we use structural factorisation in order to identify simultaneous relationships between endogenous variables. Thus, the restriction matrix only allows one simultaneous impact: the one of the prices implemented by the attacking brand on the acquisition and retention sales of the two brands, as well as on the prices of the attacked brand.

Based on structural coefficients of endogenous variables, we obtain the impulse response functions which trace the incremental impact of a competitive action conducted by a brand i on the prices of the brand j (the elasticity of the reaction) but also on its sales (the cross-elasticity of sales).

**Table 5: Structural Parameters of the Competitive Reactivity to Promotional Attacks**

Attacking Brand	Target Brand	DANONE						Yoplait						
		Own Sales Elasticity (Price)	Crossed Sales Elasticity (Target)	Reaction Elasticity	Own Sales Elasticity (Price)	Crossed Sales Elasticity (Target)	Reaction Elasticity	Own Sales Elasticity (Price)	Crossed Sales Elasticity (Target)	Reaction Elasticity				
DANONE	Attack Price	0.500***	-0.047**	0.000	0.000	0.000	0.500***	-0.047**	0.000	0.000	0.000	0.500***	-0.047**	0.000
	Attack Sales	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Yoplait	Attack Price	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	Attack Sales	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

One can easily notice that the most common form of reaction is passive (4 out of 6 response elasticities are not significantly different from zero). This is consistent with the results obtained by Steenkamp et al. (2005). The two significant reactions are: one of retaliation, from the private brand CTL against attacking Danone and the other one of accommodation (diminished marketing efforts following an attack), from the private brand CTL but this time directed against Yoplait.

But which are the consequences of such behaviour? Is it justified? Let's first analyse the lack of response from Danone and Yoplait. The price promotion implemented by Danone generates a significant positive effect on Yoplait's sales in acquisition mode and a significant negative one on Yoplait's sales in retention mode. Overall, the positive effect is greater and this gap becomes even more important in the long term. So, not reacting is a justified decision.

nous construisons un système VAR caractérisé par l'équation ci-dessous. L'ordre de décalage optimal de notre VAR a été établi à 1 par l'application du critère de Schwartz.

$$\begin{pmatrix} price_{i,t} \\ asales_{i,t} \\ rsales_{i,t} \\ price_{j,t} \\ asales_{j,t} \\ rsales_{j,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & \pi_{14} & \pi_{15} & \pi_{16} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & \pi_{24} & \pi_{25} & \pi_{26} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} & \pi_{34} & \pi_{35} & \pi_{36} \\ \pi_{41} & \pi_{42} & \pi_{43} & \pi_{44} & \pi_{45} & \pi_{46} \\ \pi_{51} & \pi_{52} & \pi_{53} & \pi_{54} & \pi_{55} & \pi_{56} \\ \pi_{61} & \pi_{62} & \pi_{63} & \pi_{64} & \pi_{65} & \pi_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} price_{i,t-1} \\ asales_{i,t-1} \\ rsales_{i,t-1} \\ price_{j,t-1} \\ asales_{j,t-1} \\ rsales_{j,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{21} & \psi_{22} \\ \psi_{31} & \psi_{32} \\ \psi_{41} & \psi_{42} \\ \psi_{51} & \psi_{52} \\ \psi_{61} & \psi_{62} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} feature_{i,t} \\ display_{i,t} \\ feature_{j,t} \\ display_{j,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \\ \epsilon_{3t} \\ \epsilon_{4t} \\ \epsilon_{5t} \\ \epsilon_{6t} \end{pmatrix}$$

Nous utilisons à nouveau la méthode de la factorisation structurelle afin d'identifier les relations simultanées entre les variables endogènes. Ainsi, la matrice des restrictions construite ne permettra qu'un seul impact simultané: celui de la variable marketing d'une enseigne attaquante (les prix pratiqués) sur les variables réponse (les ventes des 2 enseignes en mode acquisition/rétention, mais aussi sur les prix de l'enseigne attaquée (cible)).

A partir des coefficients structurels des variables nous obtenons les fonctions de réponse impulsionnelles qui retracent l'impact incrémental d'une action concurrentielle menée par une enseigne i, sur les prix de l'enseigne j (l'élasticité de la réaction) mais aussi celui d'une action concurrentielle menée par une enseigne i, sur les ventes de l'enseigne j (l'élasticité croisée des ventes).

Things take a different turn when Danone is undergoing a promotional attack from Yoplait. The effect of such an action is significant and negative, on both acquisition and retention sales. Therefore, it appears that Danone is missing a good opportunity to act.

CTL, the private brand, is the only one to adapt its behaviour according to the actions initiated by its direct competitors. Faced to an attack launched by Danone, CTL strongly retaliates which is justified considering the significant negative effect on its acquisition sales, which is far from being covered by the positive impact on retention sales. Retorting seems justified also because CTL's promotional activities are highly efficient in stimulating own sales. When attacked by Yoplait, the response of CTL changes, becoming accommodating. This is justified not only because such an attack has a positive effect on CTL's acquisition sales, but also because this effect will be doubled by larger margins.

**Conclusions and future research**

In this paper we replicate and extend a research by Yoo & Hanssens (2008), which suggests a methodology that measures marketing effects on customer, equity for frequently purchased goods and explains the dynamic interactions between the firm's marketing efforts and customer acquisition and retention. We extend their research in several ways.

First, in order to calculate the customer's probability of being active, we alternatively use several stochastic models that are suited in non-contractual customer relationship contexts. As the use of the BG/NBD model for this purpose has been criticized in literature (see Zitzlsperger, Robert and Roth 2007) we also use the recently developed MBG/NBD model that corrects some evoked weaknesses and the benchmark Pareto/NBD model.

Second, we investigate several product categories in order to verify the applicability of the Yoo and Hanssens (2008) model.

Third, to the now classical but arbitrary 0.5 probability of being active threshold used in the original research we oppose an optimally adjusted threshold level that maximises the number of correctly classified active and inactive customers and analyse its impact on the persistent effects of marketing actions.

After analysing purchase histories of several categories of frequently purchased consumer goods and simultaneously estimating several stochastic models that are able to represent the dynamic mechanisms that govern individual buying behaviour we conclude that, on panel data, the methodology suggested by Yoo and Hanssens (2008) can be applied to a limited number of particular situations. Its applicability is restricted to products and periods where an "always a share" dynamic customer behaviour can be observed. This supposes a falling purchase trend for one of more brands, which could be

**Tableau 5 : Paramètres structurels de la réactivité concurrentielle aux attaques promotionnelles**

Enseigne attaquée	Enseigne attaquante	Elasticité croisée											
		DANONE				YOPLAIT				CTL			
	Horizon	Elasticité des ventes propres (acquisition)	Elasticité des ventes croisées (cible)	Elasticité des ventes propres (rétention)	Elasticité des ventes croisées (cible)	Elasticité des ventes propres (acquisition)	Elasticité des ventes croisées (cible)	Elasticité des ventes propres (rétention)	Elasticité des ventes croisées (cible)	Elasticité des ventes propres (acquisition)	Elasticité des ventes croisées (cible)	Elasticité des ventes propres (rétention)	Elasticité des ventes croisées (cible)
DANONE	CF	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	LT	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	ST	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
YOPLAIT	CF	0.420**	-1.630**	0.820**	0.540**	-0.144	-	-	-	-	-	-	-
	LT	-1.291	1.473	1.538	1.440	0.018	-	-	-	-	-	-	-
	ST	12.618	13.295	12.950	13.120	11.383	-	-	-	-	-	-	-
CTL	CF	0.788	0.420**	0.580	0.671	0.071	0.142	0.110	0.110	0.110	0.110	0.110	0.110
	LT	-0.752	0.819	0.207	0.545	0.158	-0.211	-0.242	-0.242	-0.242	-0.242	-0.242	-0.242
	ST	12.842	12.851	11.320	11.265	10.930	12.263	12.473	11.554	11.244	11.336	11.336	11.336

A partir de ce tableau récapitulatif, on peut facilement remarquer que la forme de réaction la plus courante est passive (4 des 6 élasticités de la réaction ne sont pas significativement différentes de zéro). Cela est tout à fait en accord avec les résultats obtenus par Steenkamp et al. (2005). Les 2 réactions significatives sont: une de rétorsion, de l'enseigne privée CTL envers l'enseigne attaquante Danone et l'autre accommodante (réduction de l'effort marketing suite à une attaque subie), toujours de l'enseigne privée CTL cette fois à l'encontre de Yoplait.

Quelles sont les implications de ces types de comportement? Sont-ils justifiés? Analysons d'abord le manque de réaction de Danone et Yoplait. L'attaque promotionnelle de Danone engendré un effet significatif positif sur les ventes Yoplait en mode acquisition et significatif négatif sur les ventes Yoplait en mode rétention. Globalement, l'effet positif est plus marqué, tendance qui d'ailleurs s'accroît à long terme. Dans cette perspective, la décision de ne pas agir est justifiée.

Les choses prennent une allure différente quand c'est Danone qui subit une offensive promotionnelle de la part de Yoplait. L'effet d'une telle action est significatif et négatif,



tant sur les ventes en acquisition qu'en rétention. Il semblerait donc que Danone rate une bonne occasion d'agir.

CTL, l'enseigne privée est donc la seule à adapter son comportement en fonction des actions déployées par ses concurrents directs. Face à une attaque initiée par Danone, CTL a une forte réaction de rétorsion, justifiée par l'important effet négatif sur ses ventes en mode acquisition, qui est loin de pouvoir être couvert par l'impact positif en mode rétention. Rétorquer semble justifié, surtout tenant compte de la forte efficacité en termes de stimulation des ventes propres qu'entraînent les actions promotionnelles de CTL. Attaqué par Yoplait, la réaction de CTL change de registre, devenant accommodante. Cela se justifie non seulement parce qu'une telle attaque à un effet positif sur les ventes CTL en acquisition, mais également parce qu'ainsi, cet effet sera doublé des marges dégagées plus importantes.

### Conclusions et voies de recherche

Cette recherche réplique et étend l'application d'un modèle et d'une méthodologie proposée par Yoo & Hanssens (2008) pour mesurer les effets des actions marketing sur le Capital Client dans le domaine des produits emballés vendus en grande surface et pour expliquer les interactions dynamiques des efforts marketing de l'entreprise avec l'acquisition et la rétention des clients. Nous étendons l'étude originale sous de multiples aspects.

Premièrement, pour calculer la probabilité qu'un client soit actif nous utilisons alternativement plusieurs modèles stochastiques (probabilistes) adaptés au contexte des relations client non-contractuelles. Comme l'usage dans ce but du modèle de BG/NBD a été critiqué dans la littérature (voir Zitzlsperger, Robbert and Roth 2007) nous utilisons aussi le très récent modèle MBG/NBD qui corrige certaines des faiblesses évoquées et le modèle Pareto/NBD qui lui est le modèle de référence dans cette catégorie.

Deuxièmement, nous analysons plusieurs catégories de produits pour vérifier l'applicabilité du modèle de Yoo et Hanssens (2008).

Troisièmement, au seuil arbitraire de 0,5 pour la probabilité d'être actif utilisé dans l'étude originale nous opposons un seuil qui maximise le nombre de clients actifs et inactifs correctement classés et analysons les conséquences sur les effets persistants des actions marketing.

Après l'analyse des historiques d'achat sur plusieurs catégories de produits de grande consommation et l'estimation simultanée de plusieurs modèles probabilistes, nous concluons que, sur des données de panel, la méthodologie proposée par Yoo et Hanssens (2008) a une applicabilité limitée à des situations particulières. Son application se limite aux produits et aux périodes dans lesquelles on peut observer un comportement dynamique des clients de type "always a share", caractérisé par des baisses de la consommation d'une ou plusieurs marques, qui pourraient être associées à un phénomène d'attrition.

associated to an attrition phenomenon. When such an attrition phenomenon cannot be observed, the parameter estimations of the evoked stochastic models (ParetoNBD, BG/NBD et MBG/NBD) converge towards those of a NBD model, a model that represents the consumer panel specific alternative dynamic behaviour, characterised by certain empirical regularities (Ehrenberg 1988) that have been tested over a period of more than 40 years. When the observed behaviour fits a NBD process there is no customer attrition and consequently no probability for a customer to be active can be computed, which destroys the basis of the methodology that is dealt with here.

We have concentrated our analysis on the yoghurt category that compared to the other analysed product categories was the only one to show a dynamic purchase behaviour of the type "always a share". The ketchup category dealt with in Yoo & Hanssens study hasn't been retained for further application of persistence models, as it didn't satisfy the criteria we have introduced, in order to be associated to the requested dynamic behaviour.

We have also found that for product categories and periods where those requests were satisfied, BG/NBD and MBG/NBD produce similar forecasts and that the Pareto/NBD model that in general is closer to reality finds higher attrition rates. Therefore we suggest that this last model should be used in order to calculate the probability of a customer to be active and to separate retention sales from acquisition sales.

The tested stochastic models seem rather rigid. Based upon a series of predefined dynamic behaviour rules, that may or may not correspond to the observed dynamic customers' behaviour in non-contractual contexts. A further step towards the generalisation of this stochastic approach would be trying to make these models more flexible and able to integrate other distributional assumptions concerning inter-purchase time and level of spending. A promising perspective in this direction has been opened by Singh, Borle and Jain (2008) who suggest a Generalised Simulation Framework (GSF) in order to estimate CLV when lifetimes of customers are unobserved.

### Managerial implications

While we remain sceptical as to the generalisability of Yoo and Hanssens's methodology to frequent purchase consumption goods on panel data, we consider the perspective of using persistence modelling in order to measure short and long-term marketing effects on active and inactive customers detected through stochastic models as very attractive and think that it has great managerial decision support potential. Unfortunately panel data that have the advantage, as compared to customer database, to allow for measures of competitor effects only rarely satisfy the conditions requested by the models that are used.

En absence de ce phénomène d'attrition les estimations des modèles probabilistes évoqués (ParetoNBD, BG/NBD et MBG/NBD) convergent vers celle du modèle NBD, model qui lui représente un comportement dynamique d'achat alternatif spécifique aux données de panel de consommateurs, caractérisé par certaines régularités empiriques (Ehrenberg 1988) vérifiés depuis plus de 40 ans. Quand le comportement observé s'apparente à un processus de type NBD on ne peut pas parler d'attrition des clients et on ne peut pas calculer la probabilité qu'un client soit actif, ce qui détruit l'échafaudage de la méthodologie étudiée ici.

Nous avons du concentrer l'analyse sur la catégorie des Yaourts qui, à la différence des autres catégories analysées, exhibe un comportement dynamique d'achat de type « allways a share ». La catégorie des ketchups traitée dans l'étude de Yoo & Hanssens n'a pas été retenue pour l'application des modèles de persistance car elle ne satisfait pas les critères, introduits par nous, pour pouvoir être assimilée au type de comportement dynamique exigé.

Nous avons aussi trouvé que pour les catégories de produits et les périodes ou ces exigences sont satisfaites les modèles BG/NBD et MBG/NBD produisent des prévisions similaires et que le modèle Pareto/NBD qui en général est plus proche de la réalité, trouve des taux d'attrition plus importants. C'est la raison pour laquelle nous suggérons que ce modèle soit utilisé pour calculer la probabilité d'un client d'être actif et pour séparer les ventes de rétention des ventes d'acquisition.

Les modèles probabilistes testés sont assez rigides, s'appuyant sur des hypothèses clairement définies, qui peuvent ou non correspondre aux caractéristiques sous-jacentes du comportement manifeste des clients dans un milieu non-contractuel. Un pas en avant vers la généralisation de cette approche probabiliste serait d'essayer de rendre ces modèles plus flexibles, capables de prendre en compte d'autres hypothèses distributionnelles concernant les intervalles inter-achat et le niveau de dépenses. Une voie a été ouverte dans ce sens par Singh, Borle et Jain (2008) qui proposent un cadre de simulation généralisé (GSF) pour estimer la CLV quand les durées de vie des clients ne sont pas observées.

### Implications manageriales

Si nous restons assez sceptiques par rapport au caractère généralisable de la méthodologie de Yoo et Hanssens aux produits de grande consommation sur des données de panel, nous trouvons la perspective d'utiliser la modélisation de persistance pour mesurer des effets marketing à court et long terme sur des clients actifs et inactifs détectés grâce à des modèles probabilistes, très attractive et lui attribuons un fort potentiel d'aide à la décision managériale.

### Bibliographie / References

- Batislam, E.P., M. Denizel, A. Filiztekin. (2007), Empirical validation and comparison of models for customer base analysis, *International Journal of Research in Marketing*, 24, 201-209
- Blattberg, R.C. & J. Deighton, (1996) Manage marketing by the customer equity test, *Harvard Business Review*, 74, 4 (July-August), 136-144.
- Castéran H., Meyer-Waarden L., Benavant C (2007), Une évaluation empirique des modèles NBD pour le calcul de la Valeur Actualisée Client dans le domaine de la grande distribution, *Actes du XXIIIème Congrès International de l'AFM* (31 mai & 1<sup>er</sup> juin), Aix-les-Bains
- Dekimpe, M.G., D.M. Hanssens, V.R. Nijs, Jan-Benedict E.M. Steenkamp. (2005), Measuring short- and long-run promotional effectiveness on scanner data using persistence modelling, *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 21 409-416
- Dekimpe, M.G., D.M. Hanssens. (2004), Persistence Modeling for Assessing Marketing Strategy Performance, *Cool Tools in Marketing Strategy Research*, Marketing Strategy Institute
- Dekimpe, M.G., D.M. Hanssens (1995), «The Persistence of Marketing Effects on Sales,» *Marketing Science*, 14, 1-21
- Ehrenberg, A. S. C. (1959), The Pattern of Consumer Purchases, *Applied Statistics*, 8(1), p. 26-41.
- Ehrenberg A.S.C. (1988), *Repeat Buying, Facts, Theory and Applications*. London, C. Griffin and Co. Ltd, Oxford University Press New York.
- Fader, P.S., B. Hardie, K. Lee. (2005a), RFM and CLV: Using Iso-Value Curves for Customer Base Analysis, *Journal of Marketing Research*, 42, 415-430
- Fader, P.S., B. Hardie, K. Lee. (2005b), Counting Your Customers the Easy Way: An Alternative to the Pareto/NBD Model, *Marketing Science*, 24(2), 275-84
- Gupta, S., D. Hanssens, B. Hardie, W. Kahn, V. Kumar, N. Lin, N. Ravishanker et S. Siram (2006), Modeling Customer Lifetime Value, *Journal of Service Research*, 9, 2, 139-155
- Gupta, S., D. Lehmann, J. Stuart. (2004), Valuing Customers, *Journal of Marketing Research*, 41, 7-18
- Helsen, K. & D. Schmittlein (1993), «Analyzing Duration Times in Marketing: Evidence for the Effectiveness of Hazard Rate Models,» *Marketing Science*, 11 (4), 395 - 414.
- Nijs, V.R., S. Srinivasan & K. Pauwels (2007), «Retail-Price Drivers and Retailer Profits,» *Marketing Science*, 26 (4), 473.
- Pauwels, K. & S. Srinivasan (2004), «Who Benefits from Store Brand Entry?,» *Marketing Science*, 23 (3), 364 - 90
- Reinartz, W., V. Kumar. (2003), The Impact of Customer Relationship Characteristics on Profitable Lifetime Duration, *Journal of Marketing*, 67, 17-35

- Reinartz W., V. Kumar. (2000), On the Profitability of Long-Life Customers in a Noncontractual Setting: An Empirical Investigation and Implications for Marketing, *Journal of Marketing*, 64, 17-35
- Schmittlein, D.& R.A. Peterson (1994), «Customer Base Analysis: An Industrial Purchase Process Application», *Marketing Science*, 13 (1), 41-67.
- Schmittlein, D., D. Morrison, R. Colombo. (1987), Counting Your Customers: Who They Are and What Will They Do Next?, *Management Science*, 33, 1-24
- Singh, S., S. Borle, D.C. Jain. (2008), A Generalized Framework for Estimating Customer Lifetime Value When Customer Lifetimes Are Not Observed, *Working paper*
- Steenkamp, J-B.E.M, V.R. Nijs, D.M. Hanssens, M.G. Dekimpe. (2005), Competitive Reactions to Advertising and Promotion Attacks, *Marketing Science*, 24(1) 35-54.
- Villanueva J., Hanssens D. (2007), Customer Equity: Measurement, Management and Research Opportunities, *Foundations and Trends® in Marketing*, 1, 1, 1-95, <http://dx.doi.org/10.1561/17000000002>
- Wübben M., F. Wangenheim. (2008), Instant Customer Base Analysis: Managerial Heuristics Often “Get It Right”, *Journal of Marketing*, 72 (May) 82-93
- Yoo, S., D.M. Hanssens. (2008), Measuring Marketing Effects on Customer Equity for Frequently Purchased Brands, *Working paper*
- Zitzlsperger D.F.S, Robbert T.; Roth S. (2007) Forecasting Customer Buying Behaviour. The impact of “one-time buyer”, In: Proceedings of the ANZMAC Conference, Univ. of Otago, Dunedin, New Zealand, 3-5 Dec.